

С. В. Іванов,  
к. е. н., доцент кафедри Фінанси,  
Придніпровська державна академія будівництва та архітектури

## РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИРОБНИЧОЇ ПРОГРАМИ ПІДПРИЄМСТВА

*У статті розглядаються математичні основи розробки моделі планування продуктової (виробничої) програми з урахуванням різних обмежень.*

*Mathematical base of model of enterprises working program in the case of different restrictions is discussed in the article.*

*Ключові слова: модель, план, планування, модуль, блоки, рівняння, система, прибуток, ліквідність, обмеження, комплекс, витрати, виторг, доходи, збут, постачання.*

*Key words: model, plan, module, estimation, profit, restriction, complex.*

### ВСТУП

Математична модель виробничої програми підприємства повинна бути імітаційною, щоб на основі моделювання можна було зробити різноманітні розрахунки показників, які впливають на кінцевий результат за період. Можна було, щоб в одній моделі поряд із продуктовою програмою враховувати й інші фактори, які впливають на короткостроковий результат за період, і визначати міру їх впливу.

### ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Мета статті — розробити модель планування продуктової (виробничої) програми, яка органічно вписується в загальнофірмову модель керування як окремих модулів.

### РЕЗУЛЬТАТИ

Керівництво підприємства завжди відчуває потребу в різноманітних розрахунках альтернатив, аналізі ризиків та чутливості. Альтернативні технології, виробничі програми, обсяги й методи інвестування, правові й організаційні структури, форми фінансування, облікова, податкова, дивідендна й амортизаційна політика, очікування, пов'язані зі зміною кон'юнктури, цін, відсотків, податків повинні бути оцінені з погляду їхніх фінансово-економічних наслідків. Інакше кажучи, повинні бути оцінені наслідки прийнятих альтернативних управлінських рішень із урахуванням зміни факторів внутрішнього й зовнішнього середовища.

Для оцінки, а також для швидкого прийняття рішень необхідно мати модель комплексу загальнофірмового інтегрованого планування. Вони дозволять одержати очікувані фінансово-економічні показники результатів, прийнятих рішень.

Така модель із метою підвищення її гнучкості, наочності й подальшого вдосконалювання повинна бути побудована на модульній основі. Блоки повинні являти собою моделі окремих підрозділів, основних засобів, майна, функціональних сфер збуту, виробництва й постачання (рис. 1). Приватні моделі повинні бути розроблені незалежно одна від іншої та інтегруватися в загальну модель фірми.

Планування калькуляційного й балансового результату (прибутку) і фінансове планування може бути проведене відповідно роздільно, синхронно або інтегровано зі стратегічним плануванням (планування інвестицій і дезінвестицій) та з оперативним плануванням (особливо планування виробничої програми) за допомогою загальнофірмової моделі.

При плануванні фінансового результату та фінансовому плануванні підприємства в цілому можуть бути застосовані дві групи моделей.

До першої групи відносяться описативні моделі у

формі простих або складних рівнянь, які при введенні цільової функції трансформуються у моделі прийняття рішень [1; 2].

До другої групи відносяться аналітичні моделі прийняття рішень, які базуються здебільшого на методах лінійного або цілочисельного програмування [3].

Можуть бути також використані моделі підприємства з комбінацією евристичного й аналітичного підходів [3].

У перерахованих вище групах моделей мова йде про моделі, де оперуються вартісними показниками — у балансових і фінансових моделях, або про моделі, у яких поряд з вартісними показниками можуть бути використані також натуральні й тимчасові параметри приватних планів.

У принципі, за допомогою таких моделей можна на основі математичних взаємозв'язків описати в розрізі декількох періодів основні планові й контрольні розрахунки, орієнтовані на прибуток і ліквідність (рис. 2), причому загальнофірмове планування фінансового результату й фінансове планування для підприємства в цілому по можливості повинні бути інтегровані зі стратегічним і оперативним плануванням.

При відповідній побудові таких моделей планування генеральних цілей, стратегічне, оперативне планування, планування фінансового результату й фінансове планування можуть бути комплексними. Вплив змін продуктово-виробничої програми (зі зміною або без змін потенціалу), а також процесів у підрозділах можна показати через інтегрований блок вартісних розрахунків виторгу, витрат, прибутку й ліквідності за один або кілька періодів. У процесі моделювання можна виявити вплив зміни на вході, виході й у процесах, а саме зміни в якості, обсягах, цінах строках і структурах на монетарні цілі підприємства.

Для загальнофірмового планування фінансового результату й фінансів можуть бути використані прості й комплексні моделі у вигляді набору рівнянь. Складні моделі можуть бути сформульовані у вигляді рівняння зміни або комбіновано з рівняннями поведінки або у вигляді матриці [1].

Прості моделі-рівняння служать:

— для планування витрат і виторгу (виробничі моделі) підприємства в цілому у взаємозв'язку із продуктивним і функціональним плануванням;

— для планування витрат, доходів, балансу (балансові моделі) в цілому у взаємозв'язку із плануванням витрат і виторгу;

— для планування виплат і надходжень коштів (фінансові моделі) у взаємозв'язку із плануванням витрат і виторгу й/або витрат і доходів. У цілому, комплекс моделей загальнофірмового планування представлено на рис. 2.

У цих моделях повинні бути використані винятково

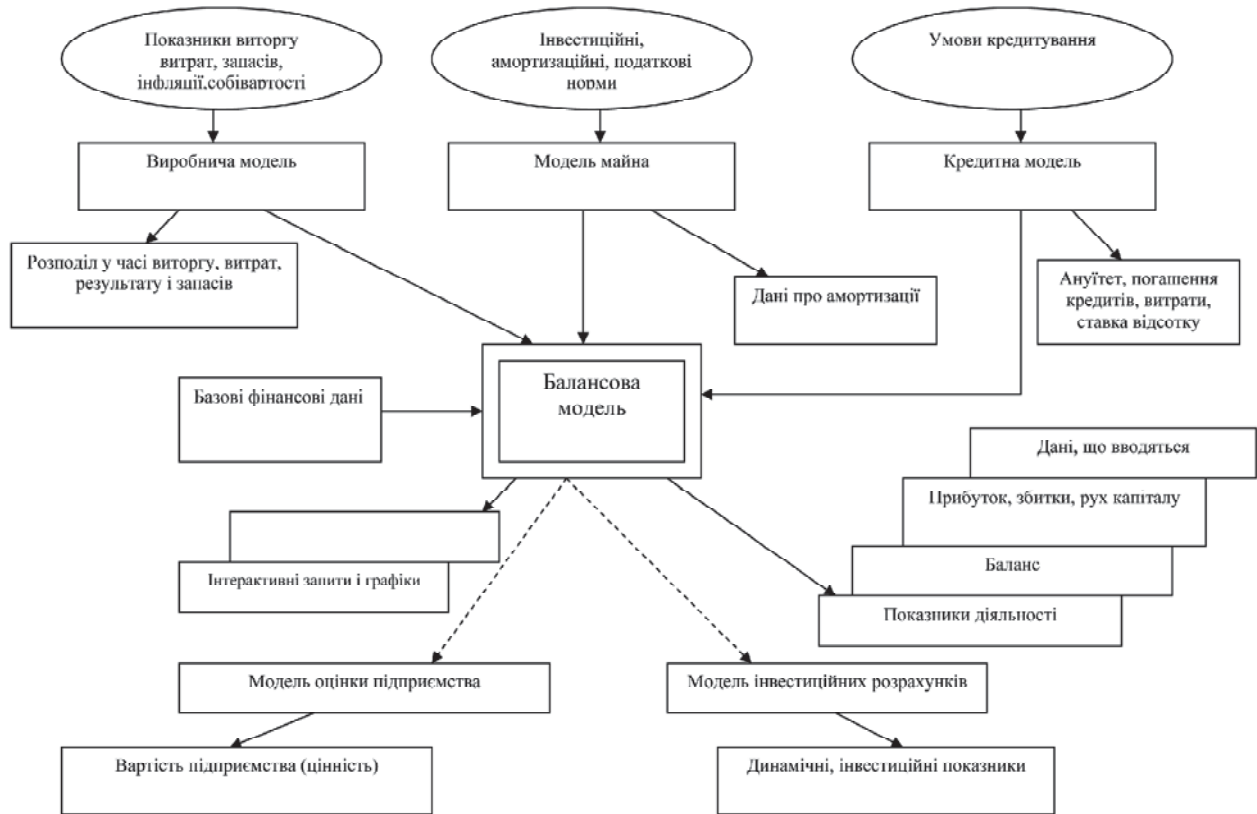


Рис. 1. Комплекс загальнофірмової моделі інтегрованого планування

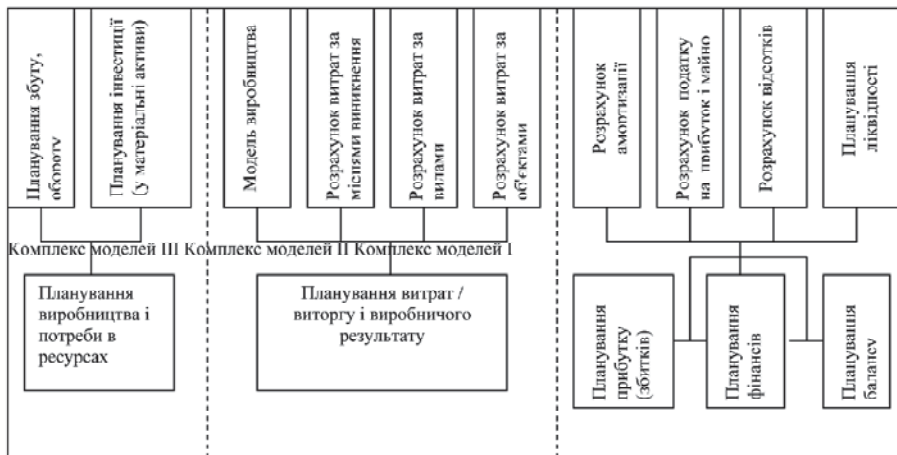


Рис. 2. Комплекс моделей загальнофірмового планування

вартісні показники, що задають у формі параметрів потоків коштів і запасів минулих і майбутніх періодів. До цих рівнянь можуть бути додані розрахункові коефіцієнти, наприклад, норми амортизації, ставки податків, відсотки за кредитами і розподіл прибутку. У рамках таких моделей може проводитися аналіз чутливості.

Для найважливіших факторів, що впливають на прибуток і ліквідність, розрахунок необхідно вести за специфічними коефіцієнтами чутливості, а через трендові коефіцієнти можна враховувати прогнозовану динаміку параметрів моделі.

Розглянемо більш докладно питання розробки аналітичної моделі оперативного планування.

Розглянемо обмеження й додаткові умови в різній сфері діяльності підприємства:

а) у сфері збуту. Для кожного продукту при плануванні продуктивних програм необхідні певні дані про передбачувані ситуації на ринках збуту й можливі дії збутових служб підприємства, на базі яких формуються обмеження й установлюються зв'язки між альтернативними діями й очікуваними змінами.

По-перше, умови збуту можуть виступати у формі обмежень за обсягами збуту й у формі альтернативних можливостей установлення цін. Причому обмеження за цінами можуть бути незалежними одна від іншої величинами, а обсяг збуту може залежати від рівня цін.

По-друге, при плануванні збуту ці взаємозалежності необхідно враховувати в часі при зміні цін і короткостроковому збалансуванні збутових і виробничих можливостей, наприклад, шляхом регулювання розмірів складського запасу готової продукції, маючи на увазі наявний портфель замовлень.

Максимальні й мінімальні обсяги збуту в моделях планування продуктової програми можуть бути описані нерівністю:

$$X_{ij} \geq M_{ij}^{\delta} \text{ и } X_{ij} \leq M_{ij}^H,$$

де  $X_{ij}$  — обсяги збуту продукту  $j$  за період  $t$ ;  $M_{ij}^{\delta}; M_{ij}^H$  — відповідно верхня й нижня границі збуту.

Наявність у продуктивній програмі продуктів, що роблять взаємний вплив на збут, може поставити вимогу введення додаткових обмежень:

$$X_{ij} \leq M_{ij}^H \text{ или } X_{ij} \geq M_{ij}^{\delta};$$

$$X_{ij} = f(X_{ij}).$$

б) у сфері виробництва. Планування виробничої номенклатурної програми обмежують дві умови у виробничій сфері:

— по-перше, підприємство завжди має у своєму розпорядженні потенціал (засоби виробництва й робочу силу) тільки певного виду й обсягу з обмеженими можливостями його використання в часі;

— по-друге, виробничо-технічні (технологічні) умови взаємозв'язку продуктів.

Максимально розташований фонд часу використання

засобів виробництва для реалізації виробничої програми визначається загальною тривалістю планового періоду, режимом роботи підприємства за мінусом часу, який необхідний для ремонту й технічного обслуговування, а також резервів на непередбачувані простої. Максимально розташований фонд часу одиниці робочої сили значно менше, ніж устаткування.

Виходячи з концепції цільового результату (прибутку), шляхом комбінування виробничих програм можна визначити, яку суму досягає покриття за період (очікувана змінна) за формулою:

$$СП = f(C_{ij} X_{ij}) = \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} = \sum_{j=1}^n (P_{ij} - I_{ij}) X_{ij};$$

$$\Pi = СП - F,$$

де  $СП$  — загальна сума покриття для продуктової програми за період  $t$ ;

$\Pi$  — загальний прибуток підприємства за період  $t$ ;

$X_{ij}$  — змінна ухвалення рішення цільовий функцій (фізичний обсяг виробництва за кожному виду продукції);

$C_{ij}$  — коефіцієнт цільової функції (оцінка покриття на одиницю продукту  $j$  виду  $i$ );

$P_{ij}$  — ціна одиниці продукту  $j$  виду  $i$ ;

$U_{ij}^{ij}$  — змінні витрати одиниці продукту  $j$  виду  $i$ ;

$F$  — постійні витрати підприємства за період.

Це означає, що при незмінних постійних витратах з максимізацією загальної суми покриття за період одночасно максимізується й прибуток, тобто:

$$\Pi = \sum_{j=1}^n (P_{ij} - U_{ij}) X_{ij} - F \rightarrow \max.$$

Умови, що впливають із обмеженості фонду розташованого часу використання потенціалу, а також з необхідності розподілу потужностей (од. продукції або часу) за окремими видами продукції повинні враховуватися в моделі планування продуктової програми у формі нерівностей (обмеженні).

Виробничо-технологічний простір прийняття рішень при визначенні видів і обсягів виробництва продукції повинно визначатися матрицею процесів і розташованих потужностей:

$$\left| \sum_{j=1}^m m_{ij} x_j \leq M_j \right|.$$

Коефіцієнти  $m_{ij}$  у кожному стовпчику  $j$  матриці процесу відтворюють при цьому споживання потенціалу через кожний цикл виробництва кожного виду продукції;

в) у сфері постачання. Умови обмеження в сфері постачання підприємства також можуть звужити область ухвалення рішення. У моделі планування продуктової програми обмеження по постачанню може врахувати за аналогією з обмеженнями по потужностях у виробничій сфері.

Якщо в розглянутому плановому періоді мають  $l$  ( $l=1,2,\dots,k$ ) вид матеріалів, які використовують у процесі виробництва продукції в кількості  $CB$ , а потреба в матеріалах за видами та продуктами становить  $a_{ij}$ , тоді при  $n$  видів продуктів виходить наступна нерівність:

$$\left| \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \leq CH_j \right|.$$

Альтернативні продукти програми в рамках оперативного планування варто оцінювати із точки зору мети досягнення результату одного періоду, як правило, за критерієм максимізації суми покриття (прибутку) за період з обліком або без обліку інших цілей і обмежень.

Вплив ситуації із завантаженням потужностей на планування продуктової програми залежить від наявності й числа "вузьких місць" у сфері виробництва й/або в сфері постачання підприємства.

При плануванні програми повинні бути враховані можливості збуту й потужності "вузьких місць".

Сума покриття й прибуток періоду може бути визначено відповідно за формулою:

$$СП = \sum_{j=1}^n (P_{ij} - I_{ij}) \cdot C_{ij}.$$

Якщо підприємство має можливість проводити активну цінову політику, то воно не повинне прагнути до максимізації обсягу збуту, а може застосувати інструменти цінової політики для максимізації суми покриття (прибутку) за період. Ціни окремих продуктів у цьому випадку повинні встановлюватися таким чином, щоб максимізувати сукупну суму покриття за продуктом. Тоді плановий обсяг за період буде визначений, виходячи з функції:

$$СП_{ij} = (P_{ij} - I_{ij}) \cdot X_{ij} \rightarrow \max!$$

при

$$X_{ij} = f(P_{ij}).$$

За наявності взаємодоповнюючих збутових взаємозв'язків між продуктами може наступити ситуація, коли критерій  $(P_j - I_j > 0)$  буде застосований не до всіх продуктів. Можливо, доведеться включити в програму продукт із негативною сумою покриття, якщо це гарантує або поліпшує збут продукту з позитивною сумою покриття. Якщо продукти  $j$  й  $j+1$  взаємодоповнюювані, тоді може бути застосований наступний критерій ухвалення рішення:

$$(P_j - I_j) - (P_{j+1} - I_j) > 0 \text{ або}$$

$$(P_j - P_{j+1}) - (I_j + I_{j+1}) > 0.$$

Якщо взаємодоповнюваність продуктів при збуті проявляється таким чином, що для її підтримки необхідні різні обсяги виробництва кожного виду продукту, то це повинно формально враховувати для гарантування позитивності суми покриття.

Слід зазначити, що ранг значимості окремих видів продуктів визначається величиною питомої (на одиницю об'єму кожного виду продукції) суми покриття, обчислювальної як  $P_j - I_j$ .

Якщо рішення щодо програми приймаються при одному "вузькому місці", а розташованих потужностей (ділянки, цеху, підрозділу) або наявного обсягу дефіцитних матеріалів недостатньо, щоб використати всі можливості збуту, то критерієм ухвалення рішення може служити специфічна (питома) сума покриття  $Y_j^E$  (сума покриття за кожною одиницею "вузького місця"), що показує величину суми покриття продукту  $j$ , що доводиться на одиницю "вузького місця"  $E$  (це може бути машино-годин, трудо-годин, кількість матеріалу), виробничого підрозділу (ділянки, цеху, робочого місця) або виду сировини. Ранжирування за значимістю продукту провадиться за питомою сумою покриття одиниці "вузького місця", тобто:

$$Y_j^E = \frac{P_j - I_j}{l_j}.$$

Так формується ранжируваний перелік, що дозволяє оцінити переваги окремих видів продукту з погляду максимізації суми покриття (прибутку) у "вузьких місцях". Для кожного продукту на відповідну величину розраховують використання потужності "вузького місця", його завантаження послідовно окремим продуктам доти, поки не буде досягнута межа потужності "вузького місця" ( $E_j$ ).

У програму включають обсяги продукції, які задовольняють умову:

$$\sum_{j=1}^n M_j^b \cdot l_j \leq E,$$

де  $E$  — потужність "вузького місця";

Якщо споживана потужність "вузького місця" для продукту  $j$  менше або дорівнює тому, що залишилося, тобто:

$$M_j^e l_j \leq E - E_{j-1},$$

тоді приймається обсяг виробництва  $j$ -го продукту:

$$V_j = M_j^e.$$

Якщо ж споживана потужність для виготовлення продук-

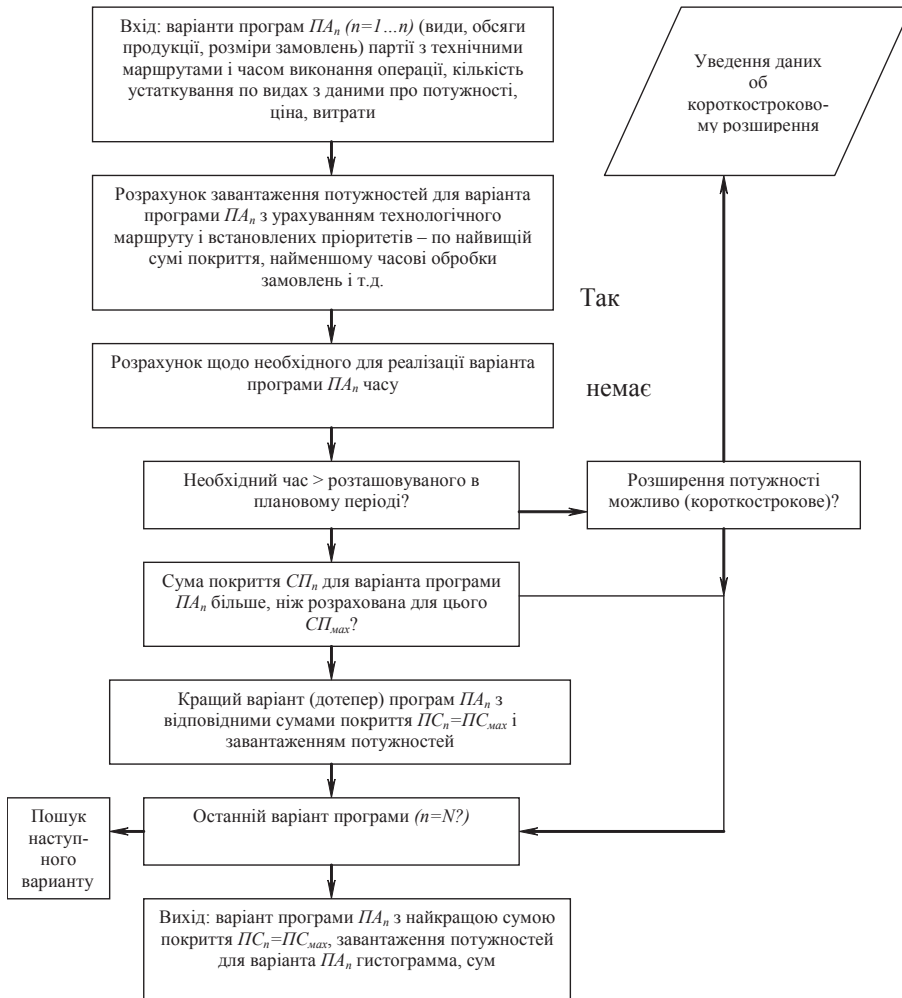


Рис. 3. Імітаційні моделювання оптимальної з погляду суми покриття виробничої програми

таження потужностей ("вузькі місця"). Найкраще для цього може підходити імітаційне моделювання на простих аналітичних моделях (розрахунки балансів потужностей, матричні моделі) або за допомогою аналітичних моделей ухвалення рішення з використанням методів лінійного програмування.

При одночасному плануванні продуктової програми й завантаження потужностей намагаються у відповідності зі структурою технологічного процесу покрити потребу в потужностях для розглянутої програми шляхом завантаження вільних потужностей (якщо такі є) за кожним їх носієм.

Залежно від того, як буде плануватися виконання роботи, а також залежно від прийнятих методів визначення пріоритету впливу на завантаження потужностей, середній час виробництва, кінцеві строки виконання замовлень і тим самим на реалізовані програми й суми покриття за періодами будуть різними.

Використання імітаційного моделювання може дати гарні результати при ухваленні рішення. На рис. 3 наведено блок-схема розрахунку оптимальної з погляду суми покриття виробничої програми імітаційним моделюванням.

**ВИСНОВКИ**

Інформаційна цінність подібних розрахунків для керівництва підприємства полягає в тому, що при короткостроковому плануванні (за місячним, за кварталним або як база для складання бюджету) з урахуванням обмежень щодо збуту й виробничтву можна сформулювати порівняно вигідну з погляду прибутку продуктовою (виробничу) програму. Оскільки така програма являє собою результат альтернативного грубого планування виробничого процесу, то полегшується його детальне планування. Крім того, можна заздалегідь планувати заходи щодо усунення "вузьких місць".

На основі імітаційного моделювання можна зробити різноманітні розрахунки показників, що впливають на результат за період. За допомогою лінійної функції виторгу, витрат і виробничої функції можна в одній моделі поряд із продуктовою програмою враховувати й інші фактори, що впливають на короткостроковий результат за період, і визначати міру їхнього впливу на бази матричних розрахунків.

Розрахунки обсягів у моделі варто робити для продуктової програми й потенціалу, а також збуту й постачання. Після оцінки можуть бути отримані зведені дані про витрати й виторг, причому в калькуляції можуть бути враховані повна й неповна собівартість продукту, і середній виторг.

Інформаційна цінність результатів подібних розрахунків на моделях для керівництва підприємства дуже висока, тому що дозволить оцінити з погляду прибутку: альтернативні за структурою програми; альтернативні розміри партії/серії; альтернативні варіанти використання ресурсів; альтернативні з погляду витрат варіанти часу використання засобів виробництва; альтернативні ціни придбання й реалізації.

**Література:**

1. Ковалев Ю.А. Имитационные модели и их применение в управлении строительством / Ю.А. Ковалев. — М.: Стройиздат, 1990. — 135 с.
2. Иванов С.В. Интегрированная система планирования и контроля предприятия / С.В. Иванов // Экономика: проблемы теории та практики: Збірник наукових праць. — Випуск 235: В 4 т. — Т.І. — Дніпропетровськ: ДНУ, 2008. — 214 с.
3. Эллоус М. Методы принятия решений: пер. с англ. / М. Эллоус, Р. Стенсфилд; [под ред. И.И. Елисеевой]. — М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. — 590 с.

Стаття надійшла до редакції 07.07.2011 р.

ту  $j$  в обсязі збуту більше, ніж потужність, що залишилася, тобто обсяг виробництва  $j$ -го продукту приймається рівним:

$$V = (E - \sum E_{j-1,2,...,n-1}) : l_j.$$

Планування програми з одним "вузьким місцем" дозволить максимізувати прибуток доти, поки попит зовсім нееластичний щодо зміни цін, але якщо таке є, то необхідні альтернативні розрахунки для різних комбінацій цін і обсягів продукції.

Аналогічно розраховується специфічна сума покриття, коли в якості "вузького місця" виступає дефіцитна сировина (кількість сировини одного виду).

Стимулювання виробництва продуктів з високими специфічними сумами покриття для збільшення обсягу збуту вигідне тільки тоді, коли приріст сум покриття за цими продуктами перевищує втрати сум покриття внаслідок зменшення обсягу виробництва й збуту продуктів з більш низькими специфічними сумами покриття, включаючи витрати на збут.

Якщо, приймаючи рішення в ситуації з одним "вузьким місцем", здійснити заходи щодо стимулювання збуту, то це може привести в цілому до виникнення нової ситуації ухвалення рішення і можуть з'явитися додаткові "вузькі місця". Формування оптимальної програми в простих випадках можливо тільки при ізольованому аналізі специфічних сум покриття (наприклад, обмежене число продуктів, не більше двох "вузьких місць").

Якщо необхідно враховувати наявність декількох "вузьких місць", тоді специфічні суми покриття, зумовлені ізольованими за окремими "вузькими місцями", не можуть бути основою ухвалення рішення, оскільки тоді неможливо в цілому однозначно проранжирувати продукти за критерієм прибутковості. Скласти програму з оптимальною сумою покриття в цій ситуації можуть допомогти тільки методи, які при розрахунку альтернативних програм можуть врахувати межі заван-